

TAC : quelques exercices pour améliorer son niveau en calcul

Valentin Bahier

19/03/2020

Exercice 1 (*Dériver*)

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \left(\frac{x^2}{\ln(x^5)} \right)^3, & f_2(x) &= \sin(\cos^2 x), & f_3(x) &= \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}, \\ f_4(x) &= \arctan\left(\frac{1}{x^3}\right), & f_5(x) &= \exp(\tan(2x)), & f_6(x) &= \frac{1}{\cos(\cos x)}, \\ f_7(x) &= \sqrt{1 + \sqrt{1 + 4x}}, & f_8(x) &= \frac{1}{x^2 + 1} \sum_{k=0}^5 x^k. \end{aligned}$$

Exercice 2 (*Intégrer*)

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^\pi t^3 \cos t dt, & I_2 &= \int_1^2 t \ln t dt, & I_3 &= \int_1^3 \frac{\ln t}{t^2} dt, & I_4 &= \int_0^1 t^2 e^{-t^3} dt, \\ I_5 &= \int_0^4 e^{-\sqrt{t}} dt, & I_6 &= \int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt, & I_7 &= \int_0^1 \frac{t}{\sqrt{2t+1}} dt, & I_8 &= \int_1^2 \frac{e^{2t}}{1-e^t} dt. \end{aligned}$$

Exercice 3 (*Inverser*)

$$\begin{aligned} P_1 &= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, & P_2 &= \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, & P_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & P_4 &= \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \\ P_5 &= \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, & P_6 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & P_7 &= \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ où } ad - bc \neq 0, \\ P_8 &= \begin{pmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+a \end{pmatrix} \text{ où } a \in \mathbb{R} \setminus \{0, -4\}. \end{aligned}$$

Exercice 4 (*Développer*)

1) $DL_3(0) : x \mapsto \frac{1}{1-x} - e^x$	2) $DL_4(0) : x \mapsto \cos(x) \ln(1+x)$
3) $DL_5(0) : x \mapsto (\cos x)^{\sin x}$	4) $DL_4(0) : x \mapsto \frac{1}{\cos x}$
5) $DL_6(0) : x \mapsto \ln(1 + \sin x)$	6) $DL_5(0) : x \mapsto \arcsin x - \arccos x$
7) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ >}} \frac{x^{x^x} \ln x}{x^x - 1}$	8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(1+x)}{\ln x} \right)^{x \ln x}$

Exercice 5 (*Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 et 2*)

$f_1(x, y) = e^{xy^2} + x^3,$	$f_2(x, y, z) = \cos(xy - z),$	$f_3(x, y) = \sin(\sin(x - y)),$
$f_4(x, y) = \frac{y}{\ln(1+x^2)},$	$f_5(x, y) = \frac{x-y}{\sqrt{1+x^2+y^2}},$	$f_6(x, y) = \frac{e^{y-x}}{\operatorname{ch}(x+y)},$
$f_7(x, y, z) = x^{y^z}$ pour $x, y > 0,$	$f_8(x, y) = g(x^2 + 2xy, ye^{-x}, y)$ où $g \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^3).$	