Soutien CPI A1
- Séance 4 -

Valentin Bahier

15/10/2020

Exercice 1 (***Angles et cercle trigonométrique***)

Placer les angles suivants sur le cercle trigonométrique et donner leur cosinus, sinus, et tangente (sans calculatrice) :

$$\frac{3\pi}{2}, \quad \frac{4\pi}{3}, \quad \frac{5\pi}{6}, \quad \frac{-7\pi}{6}, \quad \frac{9\pi}{4}, \quad -13\pi, \quad \frac{525\pi}{4}, \quad \frac{-469\pi}{6}$$

Exercice 2 (***Une utilisation pratique du cercle trigonométrique***)

Soit $x \in \,]0, \pi[$ tel que $\cos x = -0.6$. Sans chercher à calculer ce que vaut x, déterminer la valeur de $\sin x$ et de $\tan x$.

Exercice 3 (***Une autre utilisation pratique du cercle trigonométrique***)

Exprimer en fonction de $\cos\theta$, $\sin\theta$ et $\tan\theta$ le cosinus, le sinus et la tangente des angles

$$\theta + \pi, \quad \theta - \pi, \quad \pi - \theta, \quad \theta + \frac{\pi}{2}, \quad \theta - \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{2} - \theta$$

Rappel ***(Formules d'addition)***

$$\boxed{\begin{array}{rcl} \cos(a+b) & = & \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \\ \cos(a-b) & = & \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \\ \sin(a+b) & = & \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b) \\ \sin(a-b) & = & \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b) \end{array}}$$

Exercice 4 (***Formules de duplication***)

Démontrer que pour tout réel a,

$$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$$

et

$$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a).$$

Exercice 5 (*Deux angles non remarquables*)

Déterminer les valeurs exactes du cosinus, sinus et tangente de $\frac{\pi}{8}$ *et de* $\frac{\pi}{12}$.

Indications :

- $\frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\pi}{8}$.
- $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$, *ou bien aussi* $\frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{\pi}{12}$.

Exercice 6 (*Équations avec fonctions trigonométriques*)

Résoudre les équations suivantes :

1) $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
2) $2\cos(3x) - 1 = 0$
3) $\cos^2(x) = \sin^2(x) + 1$
4) $\cos(2x) = \cos(3x)$
5) $\cos(2x) = \sin(3x)$
6) $\cos(x)\sin(x) = \frac{1}{4}$
7) $\tan^2(x) = 1$
8) $\tan(x) = \tan(4x)$

Exercice 7 (*Inéquations avec des fonctions trigonométriques*)

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $2\sin^2(x) < 1$
2) $2\cos^2(x) - 3\cos(x) + 1 > 0$

Exercice 8 (*Combinaison de deux sinusoïdes*)

1. *Montrer que pour tous réels* λ *et* μ, *il existe* $A \geq 0$ *et* $\phi \in [0, 2\pi[$ *tels que pour tout réel* x,
$$\lambda\cos(x) + \mu\sin(x) = A\cos(x - \phi).$$
Remarque *: En traitement du signal, A représente l'amplitude, et* ϕ *la phase à l'origine.*
2. *Application : Résoudre*
$$\cos(x) + \sqrt{3}\sin(x) = \sqrt{3}.$$